

1 2TH CLASS

SOLVED

QUESTION

PAPER 2014

(MATHS)

CBSE

@ WWW.MYYOUTH CAREER.COM

खण्ड अ
SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Question numbers 1 to 10 carry 1 mark each.

1. यदि N पर $R = \{(x, y) : x + 2y = 8\}$ एक संबंध है, तो R का परिसर लिखिए।
If $R = \{(x, y) : x + 2y = 8\}$ is a relation on N , write the range of R .

2. यदि $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \frac{\pi}{4}$, $xy < 1$ है, तो $x + y + xy$ का मान लिखिए।
If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \frac{\pi}{4}$, $xy < 1$, then write the value of $x + y + xy$.

3. यदि A एक ऐसा वर्ग आव्यूह है कि $A^2 = A$ है, तो $7A - (I + A)^3$ का मान लिखिए, जहाँ I एक तत्समक आव्यूह है।
If A is a square matrix such that $A^2 = A$, then write the value of $7A - (I + A)^3$, where I is an identity matrix.

4. यदि $\begin{bmatrix} x - y & z \\ 2x - y & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो $x + y$ का मान ज्ञात कीजिए।
If $\begin{bmatrix} x - y & z \\ 2x - y & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, find the value of $x + y$.

5. यदि $\begin{vmatrix} 3x & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
If $\begin{vmatrix} 3x & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$, find the value of x .

18. यदि $f(x) = \int_0^x t \sin t dt$ है, तो $f'(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।
 If $f(x) = \int_0^x t \sin t dt$, then write the value of $f'(x)$.

19. मान ज्ञात कीजिए :
 $\int_2^4 \frac{x}{x^2+1} dx$
 Evaluate :
 $\int_2^4 \frac{x}{x^2+1} dx$

20. 'p' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा $\hat{i} - 2p\hat{j} + 3\hat{k}$ समांतर हैं।
 Find the value of 'p' for which the vectors $3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\hat{i} - 2p\hat{j} + 3\hat{k}$ are parallel.

21. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ हैं, तो $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ ज्ञात कीजिए।
 Find $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$, if $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.

22. यदि एक रेखा के कार्तीय समीकरण $\frac{3-x}{5} = \frac{y+4}{7} = \frac{2z-6}{4}$ हैं, तो उस रेखा का सदिश समीकरण लिखिए।
 If the cartesian equations of a line are $\frac{3-x}{5} = \frac{y+4}{7} = \frac{2z-6}{4}$, write the vector equation for the line.

खण्ड B
 SECTION B
 प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।
 Question numbers 11 to 22 carry 4 marks each.

11. यदि फलन $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 + 2$ तथा $g: R \rightarrow R$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$, $x \neq 1$ द्वारा प्रदत्त हैं, तो fog तथा gof ज्ञात कीजिए और अतः fog(2) तथा gof(-3) ज्ञात कीजिए।
 If the function $f: R \rightarrow R$ be given by $f(x) = x^2 + 2$ and $g: R \rightarrow R$ be given by $g(x) = \frac{x}{x-1}$, $x \neq 1$, find fog and gof and hence find fog(2) and gof(-3).

12. सिद्ध कीजिए कि
 $\tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cos^{-1} x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$
 अथवा
 यदि $\tan^{-1} \left(\frac{x-2}{x-4} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x+2}{x+4} \right) = \frac{\pi}{4}$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
 Prove that
 $\tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cos^{-1} x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$
 OR
 If $\tan^{-1} \left(\frac{x-2}{x-4} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x+2}{x+4} \right) = \frac{\pi}{4}$, find the value of x.

13. सार्विकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} x+y & x & x \\ 5x+4y & 4x & 2x \\ 10x+8y & 8x & 3x \end{vmatrix} = x^3$$

23. दर्शाए कि चार बिन्दु A, B, C तथा D, जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $-\hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ हैं, समतलीय हैं।
 अथवा
 सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में एक मात्रक सदिश के साथ अदिश गुणनफल 1 के बराबर है। λ का मान ज्ञात कीजिए और अतः $\vec{b} + \vec{c}$ की दिशा में एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।
 Show that the four points A, B, C and D with position vectors $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $-\hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$ and $4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ respectively are coplanar.
 OR
 The scalar product of the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with a unit vector along the sum of vectors $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to one. Find the value of λ and hence find the unit vector along $\vec{b} + \vec{c}$.

24. एक रेखा बिन्दु (2, -1, 3) से होकर जाती है तथा रेखाओं
 $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ तथा
 $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ पर लंबवत् है। उसका समीकरण, सदिश तथा कार्तीय रूप में ज्ञात कीजिए।
 A line passes through (2, -1, 3) and is perpendicular to the lines
 $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ and
 $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$. Obtain its equation in vector and cartesian form.

25. एक प्रयोग के सफल होने का संयोग उसके असफल होने से तीन गुना है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि आगेले पाँच परीक्षणों में से कम-से-कम 3 सफल होंगे।
 An experiment succeeds thrice as often as it fails. Find the probability that in the next five trials, there will be at least 3 successes.

खण्ड B
 SECTION C
 प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।
 Question numbers 23 to 29 carry 6 marks each.

23. दो विद्यालय A तथा B अपने चुने हुए विद्यार्थियों को निष्कामता, सत्यवादिता तथा सहायकता के मूल्यों पर पुरस्कार देना चाहते हैं। विद्यालय A अपने क्रमशः 3, 2 तथा 1 विद्यार्थियों को इन तीन मूल्यों के लिए प्रत्येक को क्रमशः ₹ x, ₹ y तथा ₹ z देना चाहता है जबकि इन पुरस्कारों का कुल मूल्य ₹ 1,600 है। विद्यालय B अपने क्रमशः 4, 1 तथा 3 विद्यार्थियों को इन मूल्यों के लिए कुल ₹ 2,300 पुरस्कार स्वरूप देना चाहता है (ज्यादा चाहते विद्यालय के दो तीन मूल्यों पर बड़ी पुरस्कार राशि देना चाहता है)। यदि इन तीनों मूल्यों पर दिए गए एक-एक पुरस्कार की कुल राशि ₹ 900 है, तो आव्यूहों का प्रयोग करके प्रत्येक मूल्य के लिए दो मई पुरस्कार राशि ज्ञात कीजिए। उपर्युक्त तीन मूल्यों के अतिरिक्त एक अन्य मूल्य सुझाए, जो पुरस्कार देने के लिए शामिल करना चाहिए।
 Two schools A and B want to award their selected students on the values of sincerity, truthfulness and helpfulness. The school A wants to award ₹ x each, ₹ y each and ₹ z each for the three respective values to 3, 2 and 1 students respectively with a total award money of ₹ 1,600. School B wants to spend ₹ 2,300 to award its 4, 1 and 3 students on the respective values (by giving the same award money to the three values as before). If the total amount of award for one prize on each value is ₹ 900, using matrices, find the award money for each value. Apart from these three values, suggest one more value which should be considered for award.

24. दर्शाए कि एक r त्रिभुजा के गोले के अन्तर्गत अधिकतम आयतन वाले संक-वृतीय शंकु की ऊँचाई $\frac{4r}{3}$ है। यह भी दर्शाए कि इस शंकु का अधिकतम आयतन गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ होता है।
 Show that the altitude of the right circular cone of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius r is $\frac{4r}{3}$. Also show that the maximum volume of the cone is $\frac{8}{27}$ of the volume of the sphere.

23.

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{1}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$$

समाकलन का प्रयोग करके एक ऐसे त्रिकोणीय क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो शीर्षों $(-1, 2), (1, 5)$ तथा $(3, 4)$ द्वारा घिरा है।

Using integration, find the area of the region bounded by the triangle whose vertices are $(-1, 2), (1, 5)$ and $(3, 4)$.

समतलों $x + y + z = 1$ तथा $2x + 3y + 4z = 5$ की प्रतिच्छेदन रेखा को अन्तर्विष्ट करने वाले तथा समतल $x - y + z = 0$ के लंबवत् समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। उपर्युक्त ज्ञात किए गए समतल की दूरी बिन्दु से दूरी भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ तथा समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) = 0$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु की बिन्दु $(2, 12, 5)$ से दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $x + y + z = 1$ and $2x + 3y + 4z = 5$ which is perpendicular to the plane $x - y + z = 0$. Also find the distance of the plane obtained above, from the origin.

OR

Find the distance of the point $(2, 12, 5)$ from the point of intersection of the line $\vec{r} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ and the plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) = 0$.

एक निर्माणकर्ता कंपनी कक्षा XII के लिए गणित में सहायक शिक्षण सामग्री के दो नमूने A तथा B बनाती है। नमूने A का प्रत्येक नमूने बनाने के लिए 9 घंटे और 1 घंटा घंटा पॉलिश करने में लागती है, जबकि नमूने B के प्रत्येक नमूने बनाने में 12 घंटे तथा पॉलिश करने में 3 घंटे लागती है। बनाने तथा पॉलिश करने के लिए प्रति सप्ताह उपलब्ध अधिकतम घंटे क्रमशः 180 तथा 30 हैं। कंपनी नमूने A के प्रत्येक नमूने पर ₹ 80 तथा नमूने B के प्रत्येक नमूने पर ₹ 120 कमाती है। नमूने A तथा नमूने B के कितने-कितने नमूने का निर्माण प्रति सप्ताह किया जाए कि अधिकतम लाभ हो ? इस प्रश्न को गैर-रेखीय प्रोग्रामन सहायता बनाकर प्राप्त द्वारा हल कीजिए। प्रति सप्ताह अधिकतम लाभ क्या है ?

A manufacturing company makes two types of teaching aids A and B of Mathematics for class XII. Each type of A requires 9 labour hours of fabricating and 1 labour hour for finishing. Each type of B requires 12 labour hours for fabricating and 3 labour hours for finishing. For fabricating and finishing, the maximum labour hours available per week are 180 and 30 respectively. The company makes a profit of ₹ 80 on each piece of type A and ₹ 120 on each piece of type B. How many pieces of type A and type B should be manufactured per week to get a maximum profit? Make it as an LPP and solve graphically. What is the maximum profit per week?

19. तीन सिक्के हैं। एक सिक्के के दोनों ओर चित ही है, दूसरा सिक्का अभिनत है जिसमें चित 75% बार प्रकट होता है तथा तीसरा सिक्का भी अभिनत है जिसमें पर 40% बार प्रकट होता है। तीन सिक्कों में से यादृच्छया एक सिक्का चुनकर उछाला गया। यदि सिक्के पर चित प्रकट हो, तो क्या प्रायिकता है कि वह दोनों ओर चित वाला सिक्का है ?

अथवा

प्रश्न 18: धन पूर्णकों में से दो संख्याएँ यादृच्छया (बिना प्रतिस्थापन) चुनी गईं। माना X दोनों संख्याओं में से बड़ी संख्या व्यक्त करता है। यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए तथा इस बंटन का माध्य भी ज्ञात कीजिए।

There are three coins. One is a two-headed coin (having head on both faces), another is a biased coin that comes up heads 75% of the times and third is also a biased coin that comes up tails 40% of the times. One of the three coins is chosen at random and tossed, and it shows heads. What is the probability that it was the two-headed coin?

OR

Two numbers are selected at random (without replacement) from the first six positive integers. Let X denote the larger of the two numbers obtained. Find the probability distribution of the random variable X, and hence find the mean of the distribution.